Hans Walser, [20170902]

Dreiecksunterteilung mit Seitenhalbierenden

Anregung: Hölzl 2017

1 Worum geht es?

Wir unterteilen ein Dreieck mit einer Seitenhalbierenden und iterieren den Prozess.

2 Unterteilungsmöglichkeiten

Wir zeichnen nur eine Seitenhalbierende ein (Abb. 1). Die Teildreiecke haben unterschiedliche Form, aber den gleichen Flächeninhalt.

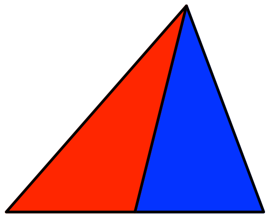

Abb. 1: Unterteilung mit Seitenhalbierender

Für den zweiten Unterteilungsschritt gibt es mehrere Möglichkeiten.

2.1 Fächer

Wir zeichnen bei den beiden nachfolgenden Unterteilungen die Seitenhalbierenden von derselben Ecke aus wie bei der vorangehenden Unterteilung. Es entsteht ein Fächer (Abb. 2). Bisschen langweilig.

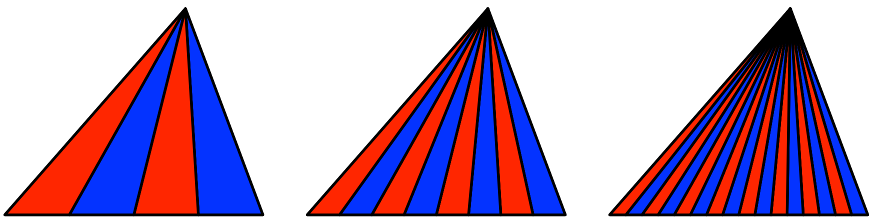

Abb. 2: Fächer

2.2 Raster

Bei den nachfolgenden Unterteilungen zeichnen wir die Seitenhalbierenden von der Seitenmitte der vorangehenden Unterteilung aus. Es entsteht ein Dreiecksraster (Abb. 3). Nicht sonderlich interessant.

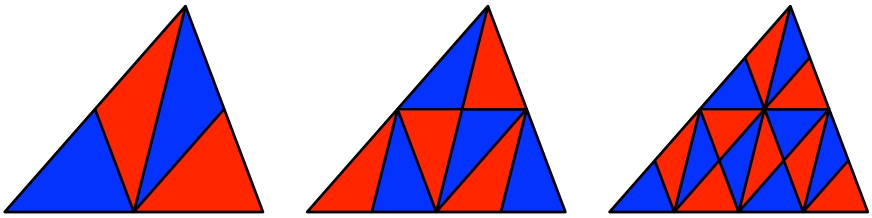

Abb. 3: Raster

2.3 Gegenpunkt

Bei den nachfolgenden Unterteilungen zeichnen wir die Seitenhalbierenden vom Gegenpunkt der vorangehenden Unterteilungsseitenhalbierenden aus (Abb. 4).

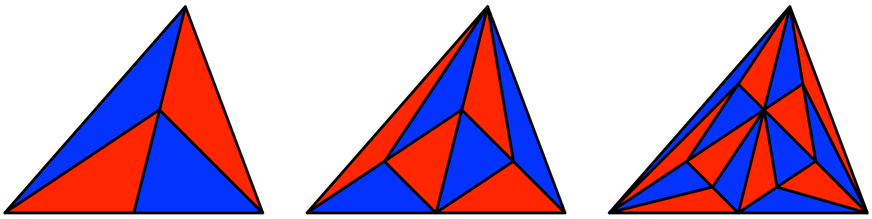

Abb. 4: Etwas Neues

Das sieht nun interessanter aus.

Die Abbildung 5 zeigt die siebte Unterteilung nach diesem Verfahren.

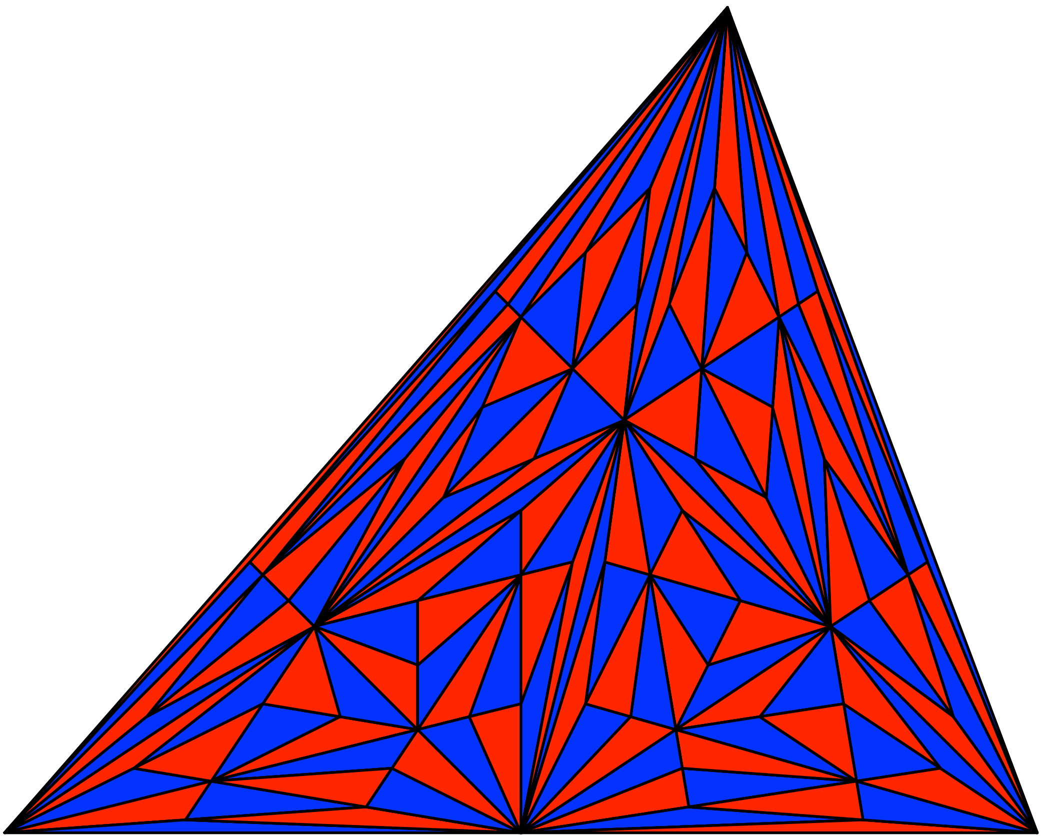

Abb. 5: Siebte Unterteilung

2.4 Kombinationen

2.4.1 Fächer und Raster

Wir kombinieren Fächer und Raster (Abb. 6). Es entstehen innere Teilpunkte, an denen drei Teildreiecke zusammenkommen. Wir bräuchten mehr als zwei Farben, um das wie eine Landkarte zu kolorieren.

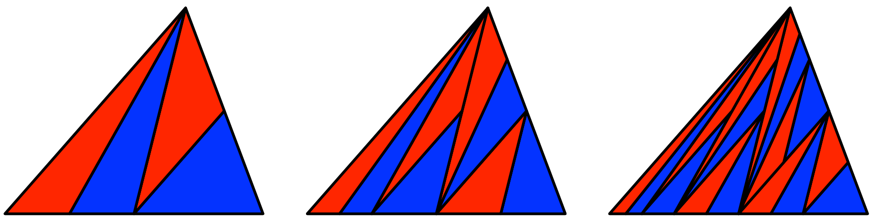

Abb. 6: Fächer und Raster

2.4.2 Fächer und Gegenpunkt

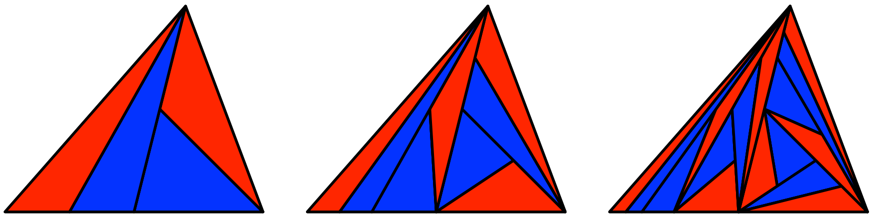

Abb. 7: Fächer und Gegenpunkt

Auch hier kommen wir nicht mehr mit zwei Farben aus.

2.4.3 Raster und Gegenpunkt

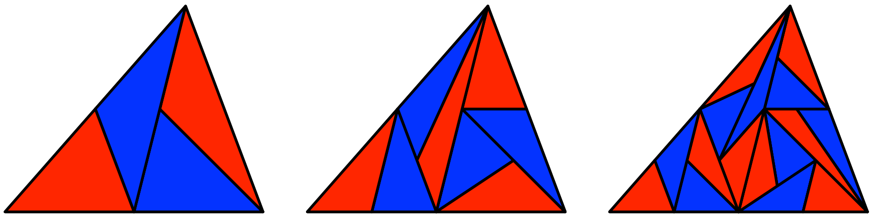

Abb. 8: Raster und Gegenpunkt

3 Gleichseitiges Dreieck

Das Unterteilen mit Seitenhalbierenden ist affin invariant. Wir können also die bisherigen Unterteilungen auf ein gleichseitiges Dreieck affin abbilden.

Die Abbildung 9 zeigt die siebte Unterteilung (vgl. Abb. 5) für ein gleichseitiges Dreieck.

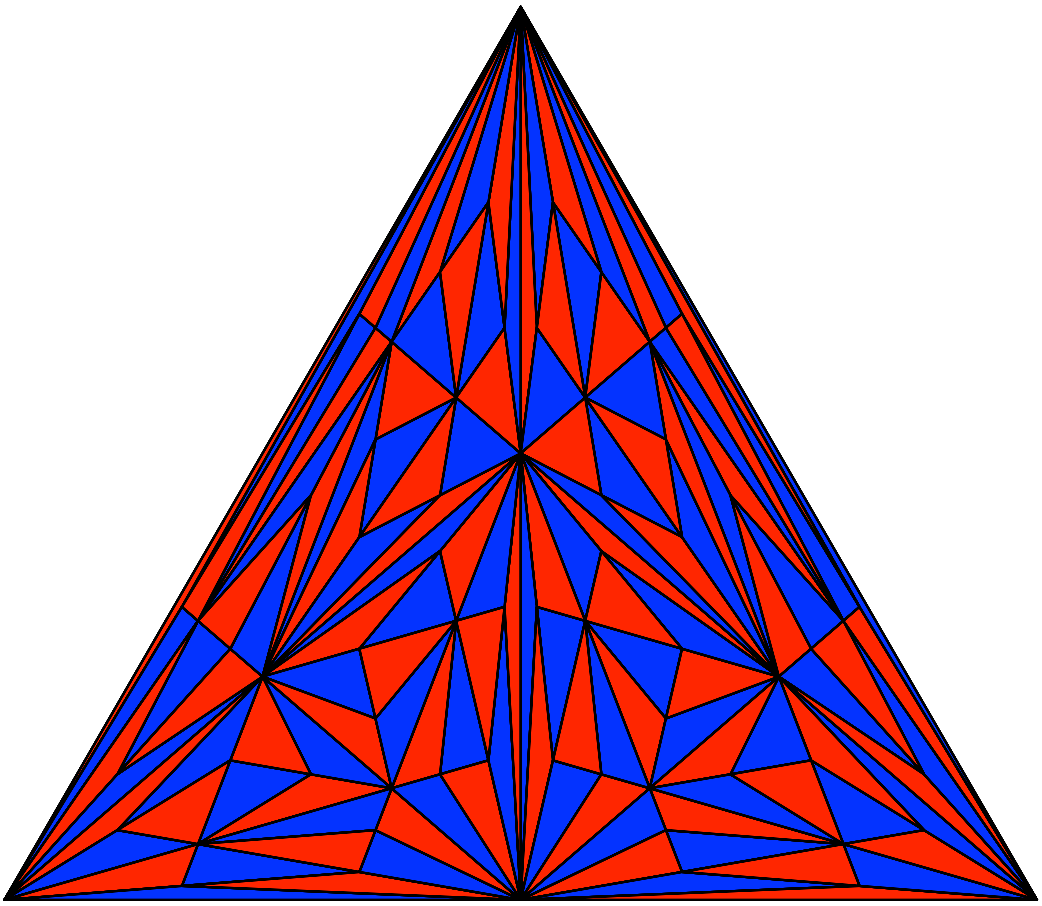

Abb. 9: Gleichseitiges Dreieck

Die Figur hat nicht die dreiteilige Rotationssymmetrie wie das gleichseitige Dreieck. Das liegt daran, dass durch die erste Seitenhalbierende die Rotationssymmetrie zerstört wird.

Wir können sechs Exemplare der Abbildung 9 zu einem Sechseck zusammenfügen (Abb. 10).

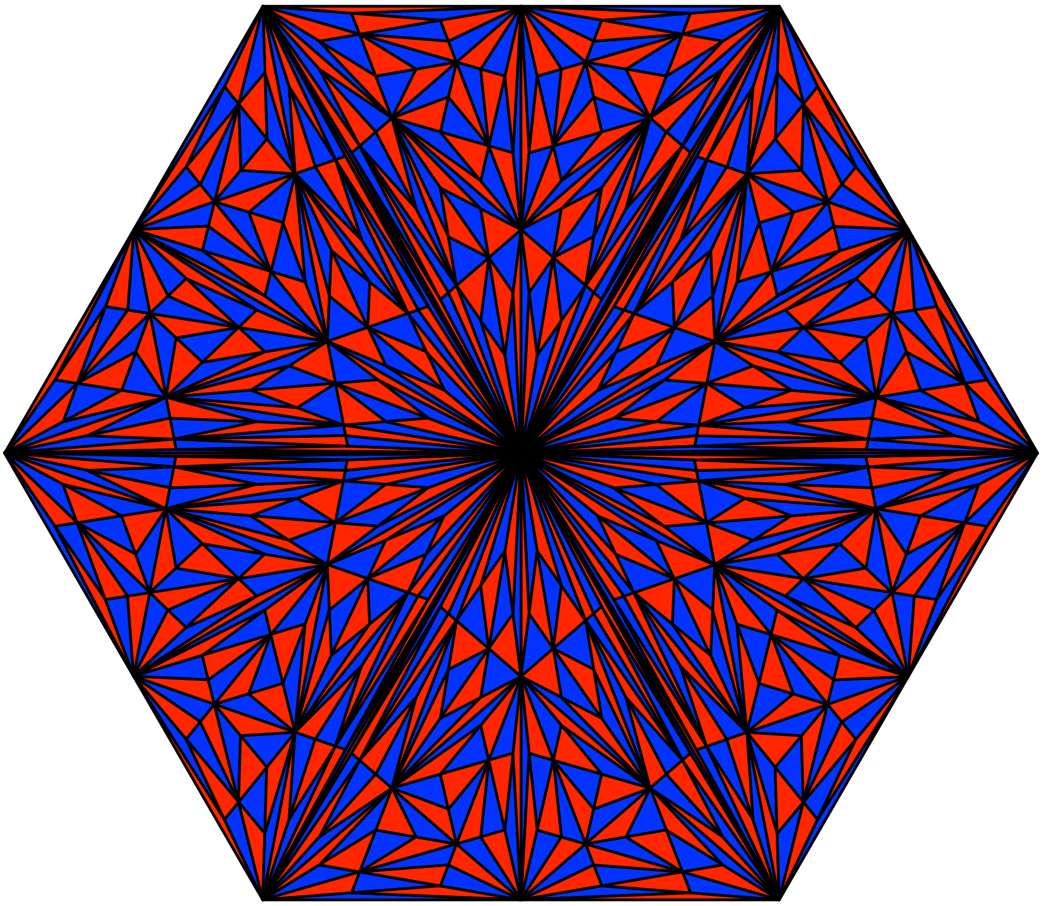

Abb. 10: Sechseck

In der Abbildung 11 ist aus einer vereinfachten Version (nur 5 Unterteilungen) ein Bienenwabenmuster gelegt.

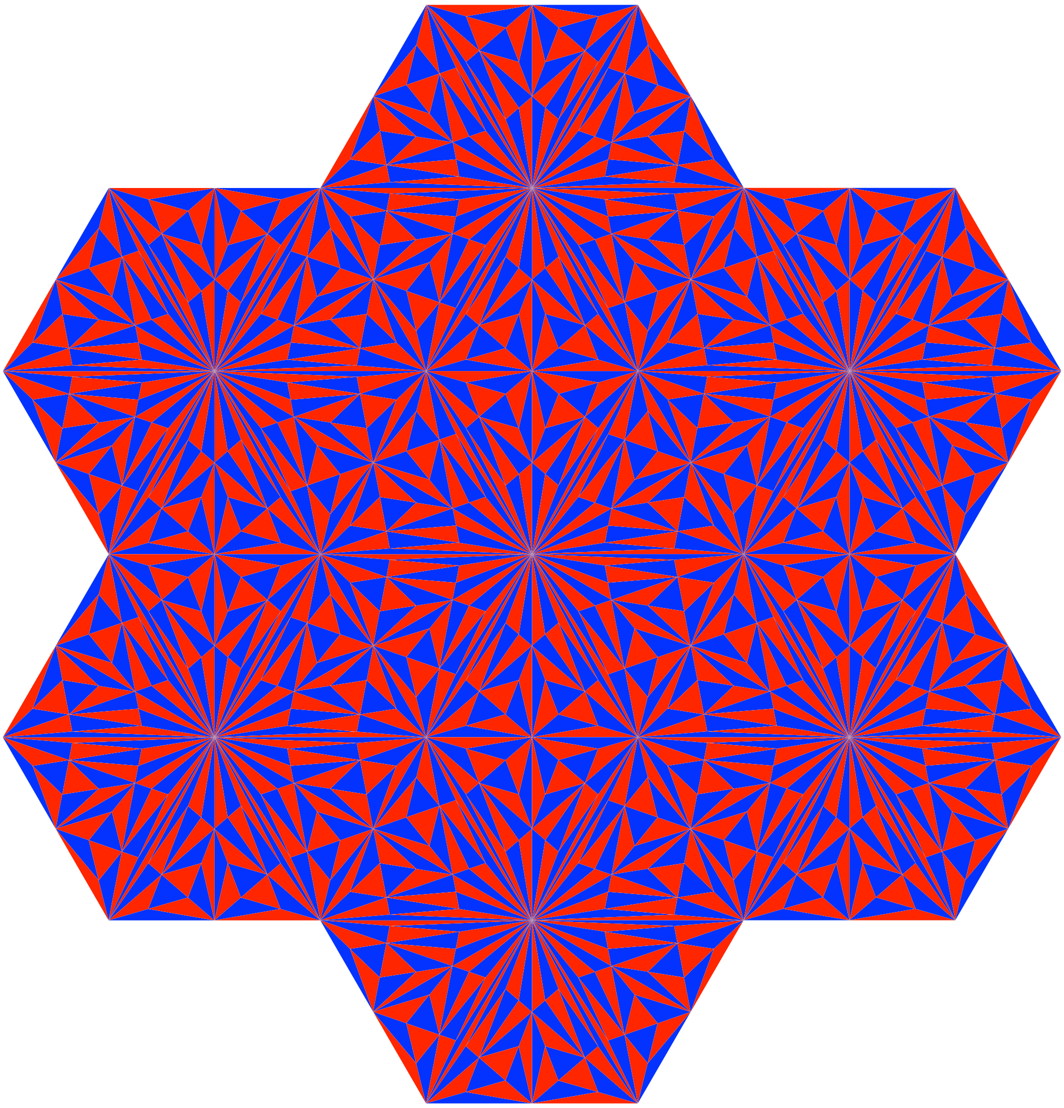

Abb. 11: Bienenwabenmuster

In [1] wird die iterierte Unterteilung eines rechtwinkligen Dreiecks durch die Höhe besprochen.

Literatur

Hölzl, Reinhard (2017): Dreiecke in Dreiecke zerlegen. Welche Eigenschaften und Zusammenhänge findest du? mathematik lehren 201 | 2017, 12-15.

Websites

[1] Hans Walser: Dreiecksunterteilung und Binomialverteilung (abgerufen 3.9.2017):
www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/D/Dreiecksunterteilung2/Dreiecksunterteilung2.htm