

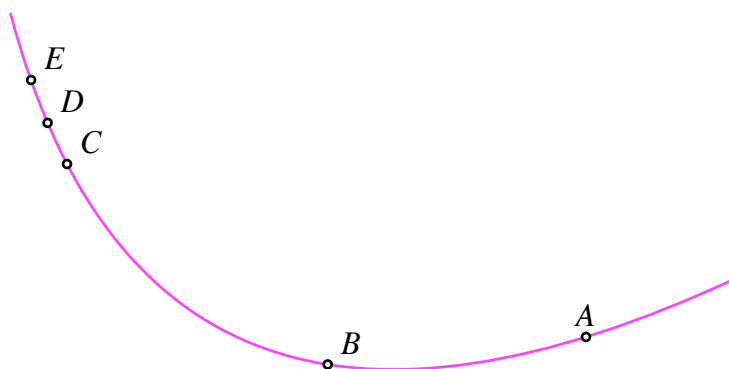
Hans Walser, [20170215]

## Brennpunkt und Leitlinie der Parabel

Anregung: M. G., F.

### 1 Worum geht es?

Eine Parabel sei durch fünf Punkte  $A, B, C, D, E$  gegeben (Abb. 1).



**Abb. 1: Parabel durch fünf Punkte**

Gesucht sind der Brennpunkt und die Leitlinie der Parabel. Gibt es ein Verfahren ohne Rechnen?

Bemerkung 1: Durch fünf Punkte kann auch eine Ellipse oder eine Hyperbel gegeben sein. Der Fall der Parabel ist ein Übergangsfall und daher sehr unwahrscheinlich.

Für den Fall der Ellipse siehe [\[1\]](#)

Wie es bei Hyperbeln geht, weiß ich nicht.

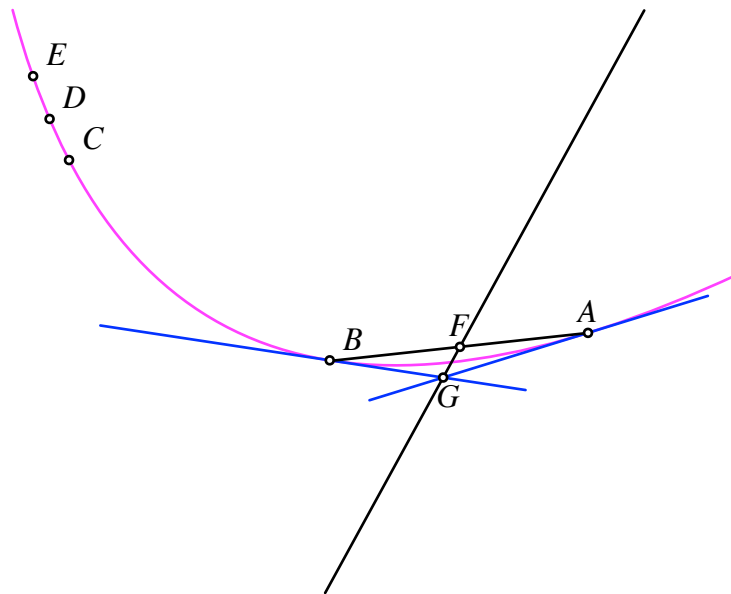
Bemerkung 2: Wir werden im Folgenden mit Tangenten an die Ellipse in Ellipsenpunkten arbeiten. Dazu gibt es eine [Konstruktion \[2\]](#), die wir im Folgenden als Makro verwenden.

Bemerkung 3: In den Abbildungen ist jeweils die Parabel magenta eingezeichnet. Dies hat aber rein dekorative Bedeutung. Die Parabel wird für die Konstruktionen *nicht* verwendet.

Bemerkung 4: Im Folgenden wird das Konstruktionsverfahren beschrieben. Die Beweise überlassen wir dem der Lust hat.

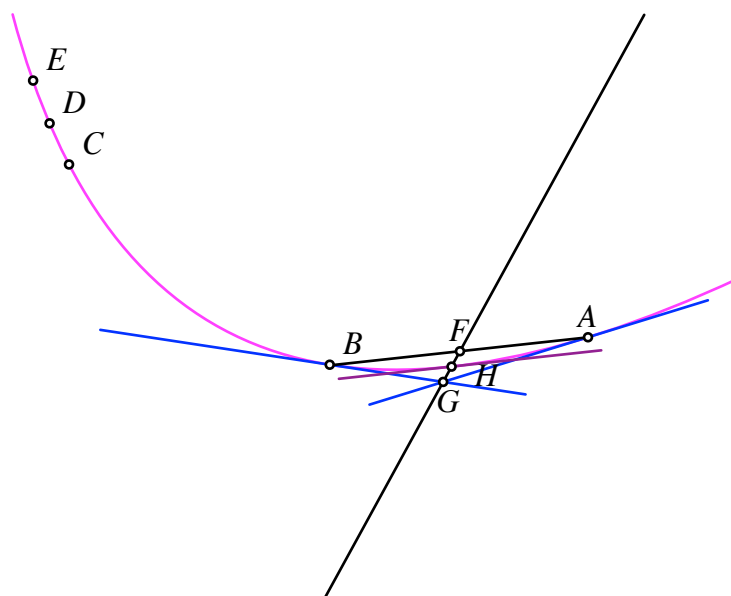
### 2 Konstruktionsverfahren

Es sei  $F$  der Mittelpunkt der Strecke  $AB$  und  $G$  der Pol der Geraden  $AB$  (Abb. 2). Der Pol  $G$  ist der Schnittpunkt der Tangenten in  $A$  und  $B$ . Die Gerade  $FG$  ist eine Schrägspiegelachse der Parabel zur Richtung von  $AB$ . Diese Schrägspiegelachse  $FG$  ist parallel zur Symmetrieachse der Parabel.



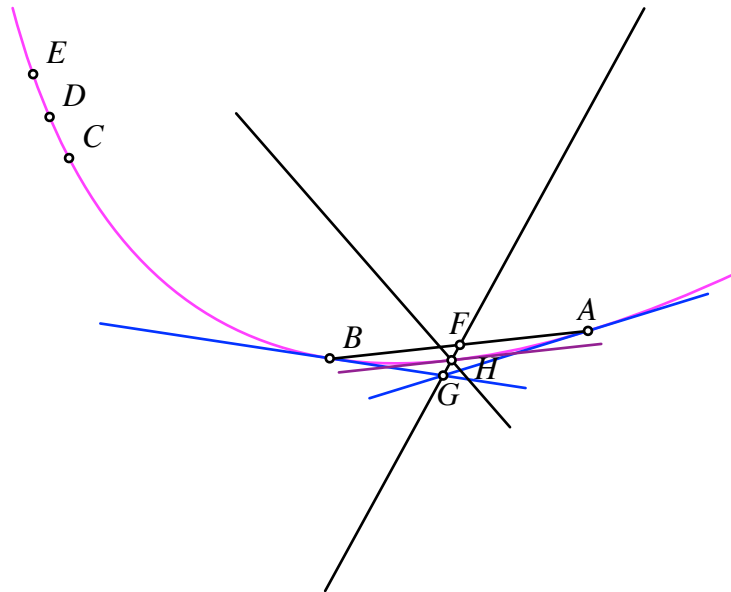
**Abb. 2: Schrägspiegelachse**

Der Mittelpunkt  $H$  der Strecke  $FG$  liegt auf der Parabel (Abb. 3). Die Parallele zu  $AB$  durch  $H$  ist Tangente an die Parabel.



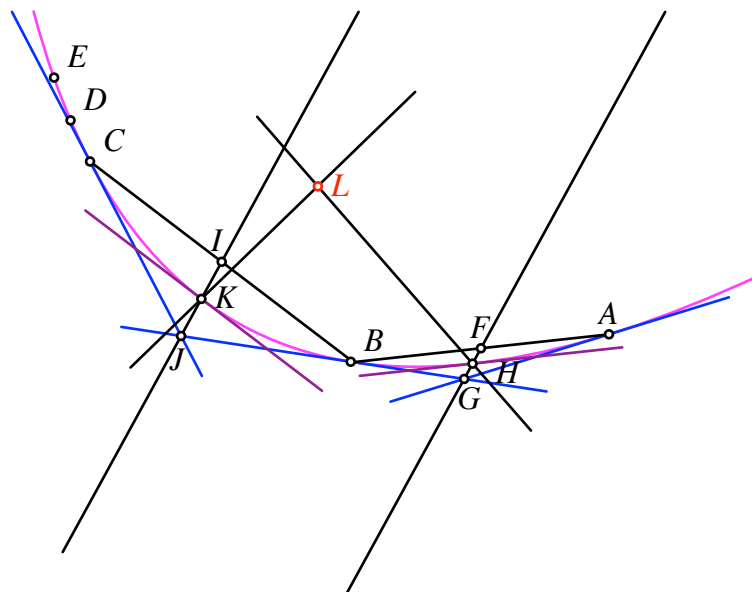
**Abb. 3: Parabelpunkt und Tangente**

Wenn wir  $FG$  an der Tangente in  $H$  spiegeln, erhalten wir eine Gerade durch den gesuchten Brennpunkt der Parabel (Abb. 4).



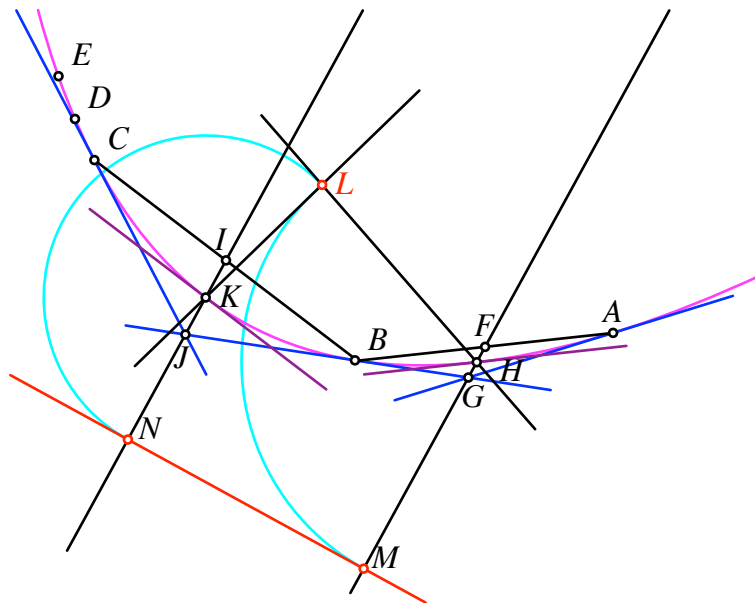
**Abb. 4: Gerade durch den Brennpunkt**

Wiederholen der Prozedur mit  $B$  und  $C$  liefert den Brennpunkt  $L$  (Abb. 5).



**Abb. 5: Brennpunkt**

Wir tragen die Abstände  $HL$  und  $KL$  auf den Schrägspiegelachsen ab und erhalten die Leitlinie (Abb. 6).

**Abb. 6: Leitlinie**

In [3] wird eine Konstruktion ohne Tangenten gezeigt.

### Websites

[1] Hans Walser: Brennpunkte der Ellipse (15. 2. 2017)

[www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/B/Brennpunkte\\_Ellipse2/Brennpunkte\\_Ellipse2.htm](http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/B/Brennpunkte_Ellipse2/Brennpunkte_Ellipse2.htm)

[2] Hans Walser: Tangente an Kegelschnitt (15. 2. 2017)

[www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/T/Tangente\\_an\\_Kegelschnitt/Tangente\\_an\\_Kegelschnitt.htm](http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/T/Tangente_an_Kegelschnitt/Tangente_an_Kegelschnitt.htm)

[3] Hans Walser: Brennpunkt und Leitlinie der Parabel (15. 2. 2017)

[www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/B/Brennpunkt\\_Parabel/Brennpunkt\\_Parabel.htm](http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/B/Brennpunkt_Parabel/Brennpunkt_Parabel.htm)