

Hans Walser, [20160436]

Approximation der Kreiszahl π

1 Worum geht es?

Das dem Einheitskreis einbeschriebene Sechseck hat den halben Umfang 3.

Hingegen hat erst das dem Einheitskreis einbeschriebene Zwölfeck den Flächeninhalt 3 (Abb. 1).

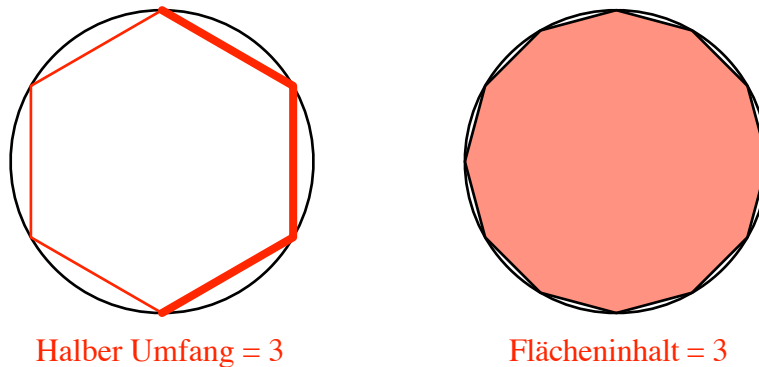


Abb. 1: Sechseck und Zwölfeck

2 Einbeschriebene Vielecke

Allgemein gilt für das dem Einheitskreis einbeschriebene regelmäßige n -Eck:

$$\left(\frac{u}{2}\right)_n = n \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) \quad \text{und} \quad f_n = n \cos\left(\frac{\pi}{n}\right) \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) = \frac{n}{2} \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) \quad (1)$$

Daraus ergibt sich:

$$f_{2n} = \left(\frac{u}{2}\right)_n \quad (2)$$

Die Tabelle 1 gibt Werte für Verdoppelungen von 6.

| n | Flächeninhalt | Halber Umfang |
|---------|---------------|---------------|
| 6 | 2.598076212 | 3 |
| 12 | 3 | 3.105828541 |
| 24 | 3.105828541 | 3.132628613 |
| 48 | 3.132628613 | 3.139350203 |
| 96 | 3.139350203 | 3.141031953 |
| 192 | 3.141031953 | 3.141452473 |
| 384 | 3.141452473 | 3.141557609 |
| 768 | 3.141557609 | 3.141583892 |
| 1536 | 3.141583892 | 3.141590465 |
| 3072 | 3.141590465 | 3.141592108 |
| 6144 | 3.141592108 | 3.141592518 |
| 12288 | 3.141592518 | 3.141592620 |
| 24576 | 3.141592620 | 3.141592648 |
| 49152 | 3.141592648 | 3.141592652 |
| 98304 | 3.141592652 | 3.141592653 |
| 196608 | 3.141592653 | 3.141592653 |
| 393216 | 3.141592653 | 3.141592653 |
| 786432 | 3.141592653 | 3.141592653 |
| 1572864 | 3.141592653 | 3.141592654 |
| 3145728 | 3.141592654 | 3.141592654 |

Tab. 1: Einbeschriebene Vielecke

3 Umbeschriebene Vielecke

Für das dem Einheitskreis umbeschriebene regelmäßige n -Eck gilt:

$$\left(\frac{u}{2}\right)_n = n \tan\left(\frac{\pi}{n}\right) \quad \text{und} \quad f_n = n \tan\left(\frac{\pi}{n}\right) \quad (3)$$

Hier haben der halbe Umfang und der Flächeninhalt dieselbe Maßzahl. Der Grund ist einfach: der Flächeninhalt ist der halbe Umfang mal der Inkreisradius. In unserem Beispiel ist der Inkreisradius 1.

Die Tabelle 2 gibt die Werte für Verdoppelungen von 6.

| n | Flächeninhalt | Halber Umfang |
|---------|---------------|---------------|
| 6 | 3.464101616 | 3.464101616 |
| 12 | 3.215390309 | 3.215390309 |
| 24 | 3.159659942 | 3.159659942 |
| 48 | 3.146086215 | 3.146086215 |
| 96 | 3.142714601 | 3.142714601 |
| 192 | 3.141873051 | 3.141873051 |
| 384 | 3.141662748 | 3.141662748 |
| 768 | 3.141610176 | 3.141610176 |
| 1536 | 3.141597036 | 3.141597036 |
| 3072 | 3.141593752 | 3.141593752 |
| 6144 | 3.141592929 | 3.141592929 |
| 12288 | 3.141592723 | 3.141592723 |
| 24576 | 3.141592673 | 3.141592673 |
| 49152 | 3.141592658 | 3.141592658 |
| 98304 | 3.141592654 | 3.141592654 |
| 196608 | 3.141592653 | 3.141592653 |
| 393216 | 3.141592653 | 3.141592653 |
| 786432 | 3.141592653 | 3.141592653 |
| 1572864 | 3.141592654 | 3.141592654 |
| 3145728 | 3.141592654 | 3.141592654 |

Tab. 2: Umbeschriebene Vielecke

Ich verstehe dieses für innen und außen unterschiedliche Verhalten nicht.