

Hans Walser, [20160436]

## Approximation der Kreiszahl $\pi$

### 1 Worum geht es?

Das dem Einheitskreis einbeschriebene Sechseck hat den halben Umfang 3.

Hingegen hat erst das dem Einheitskreis einbeschriebene Zwölfeck den Flächeninhalt 3 (Abb. 1).

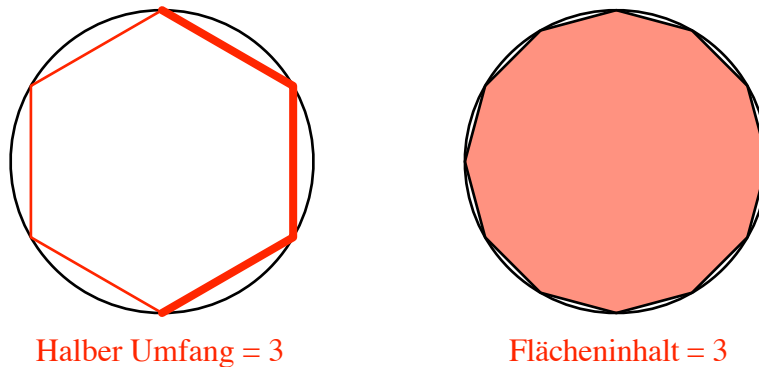


Abb. 1: Sechseck und Zwölfeck

### 2 Einbeschriebene Vielecke

Allgemein gilt für das dem Einheitskreis einbeschriebene regelmäßige  $n$ -Eck:

$$\left(\frac{u}{2}\right)_n = n \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) \quad \text{und} \quad f_n = n \cos\left(\frac{\pi}{n}\right) \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) = \frac{n}{2} \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) \quad (1)$$

Daraus ergibt sich:

$$f_{2n} = \left(\frac{u}{2}\right)_n \quad (2)$$

Die Tabelle 1 gibt Werte für Verdoppelungen von 6.

$n$	Flächeninhalt	Halber Umfang
6	2.598076212	3
12	3	3.105828541
24	3.105828541	3.132628613
48	3.132628613	3.139350203
96	3.139350203	3.141031953
192	3.141031953	3.141452473
384	3.141452473	3.141557609
768	3.141557609	3.141583892
1536	3.141583892	3.141590465
3072	3.141590465	3.141592108
6144	3.141592108	3.141592518
12288	3.141592518	3.141592620
24576	3.141592620	3.141592648
49152	3.141592648	3.141592652
98304	3.141592652	3.141592653
196608	3.141592653	3.141592653
393216	3.141592653	3.141592653
786432	3.141592653	3.141592653
1572864	3.141592653	3.141592654
3145728	3.141592654	3.141592654

**Tab. 1: Einbeschriebene Vielecke**

### 3 Umbeschriebene Vielecke

Für das dem Einheitskreis umbeschriebene regelmäßige  $n$ -Eck gilt:

$$\left(\frac{u}{2}\right)_n = n \tan\left(\frac{\pi}{n}\right) \quad \text{und} \quad f_n = n \tan\left(\frac{\pi}{n}\right) \quad (3)$$

Hier haben der halbe Umfang und der Flächeninhalt dieselbe Maßzahl. Der Grund ist einfach: der Flächeninhalt ist der halbe Umfang mal der Inkreisradius. In unserem Beispiel ist der Inkreisradius 1.

Die Tabelle 2 gibt die Werte für Verdoppelungen von 6.

$n$	Flächeninhalt	Halber Umfang
6	3.464101616	3.464101616
12	3.215390309	3.215390309
24	3.159659942	3.159659942
48	3.146086215	3.146086215
96	3.142714601	3.142714601
192	3.141873051	3.141873051
384	3.141662748	3.141662748
768	3.141610176	3.141610176
1536	3.141597036	3.141597036
3072	3.141593752	3.141593752
6144	3.141592929	3.141592929
12288	3.141592723	3.141592723
24576	3.141592673	3.141592673
49152	3.141592658	3.141592658
98304	3.141592654	3.141592654
196608	3.141592653	3.141592653
393216	3.141592653	3.141592653
786432	3.141592653	3.141592653
1572864	3.141592654	3.141592654
3145728	3.141592654	3.141592654

**Tab. 2: Umbeschriebene Vielecke**

Ich verstehe dieses für innen und außen unterschiedliche Verhalten nicht.