Hans Walser, [20221026]

Ankreis

Anregung: Peter Gallin, Zürich

1 Worum geht es?

Spielerei um den Ankreis. Kopunktale Geraden. Siebenpunktekreis. Sechspunktekegelschnitt.

2 Ankreismittelpunkt

In einem beliebigen nicht regelmäßigen Dreieck spiegeln wir den Mittelpunkt eines der drei Ankreise an jeder Dreiecksseite (Abb. 1).

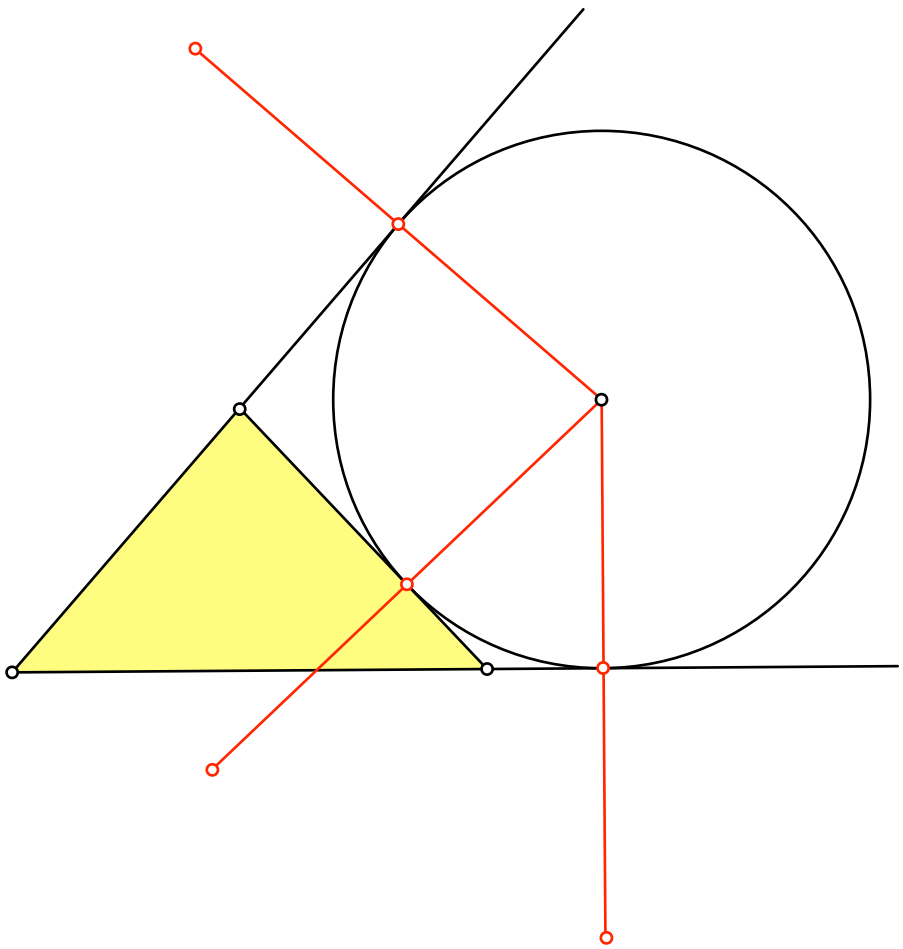

Abb. 1: Ankreismittelpunkt spiegeln

Die Verbindungsgeraden der gespiegelten Punkte mit den den Spiegelachsen gegenüberliegenden Dreiecksecken schneiden sich in einem Punkt (Abb. 2).

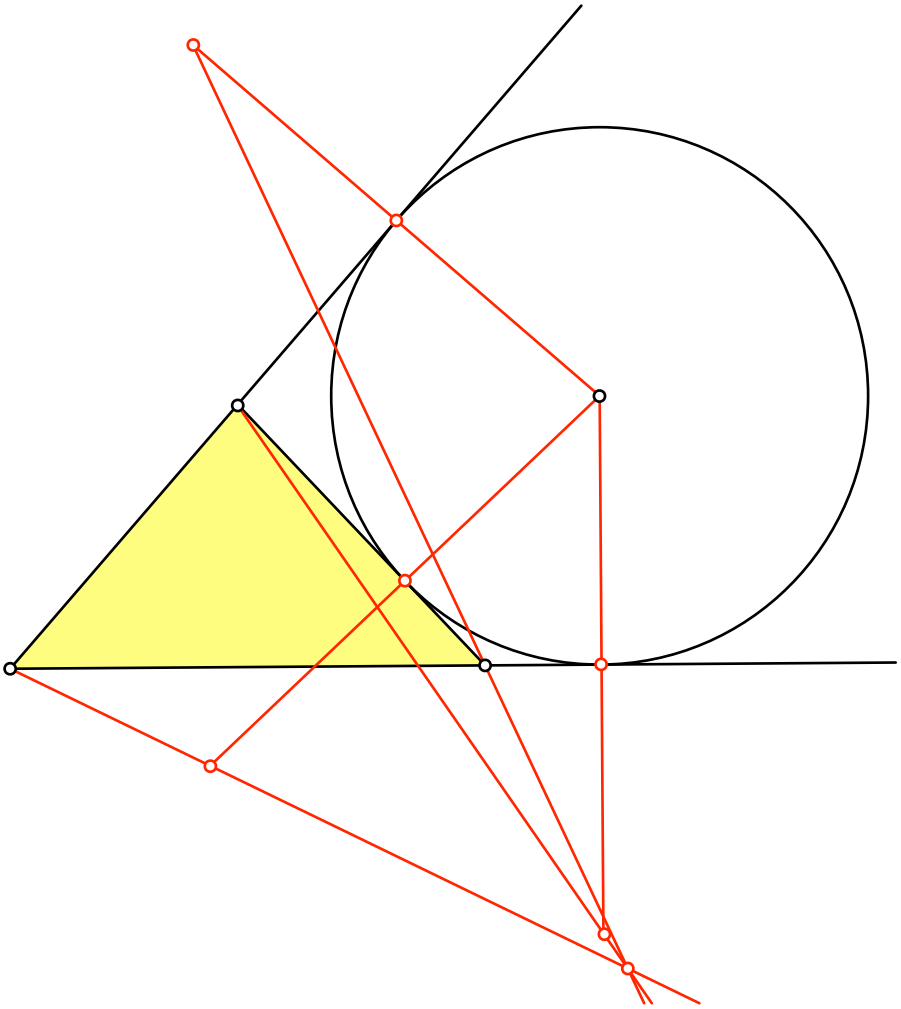

Abb. 2: Schnittpunkt

3 Eine Hyperbel

Wir legen den Kegelschnitt durch diesen Schnittpunkt, den Ankreismittelpunkt und die drei Dreiecksecken (Abb. 3).

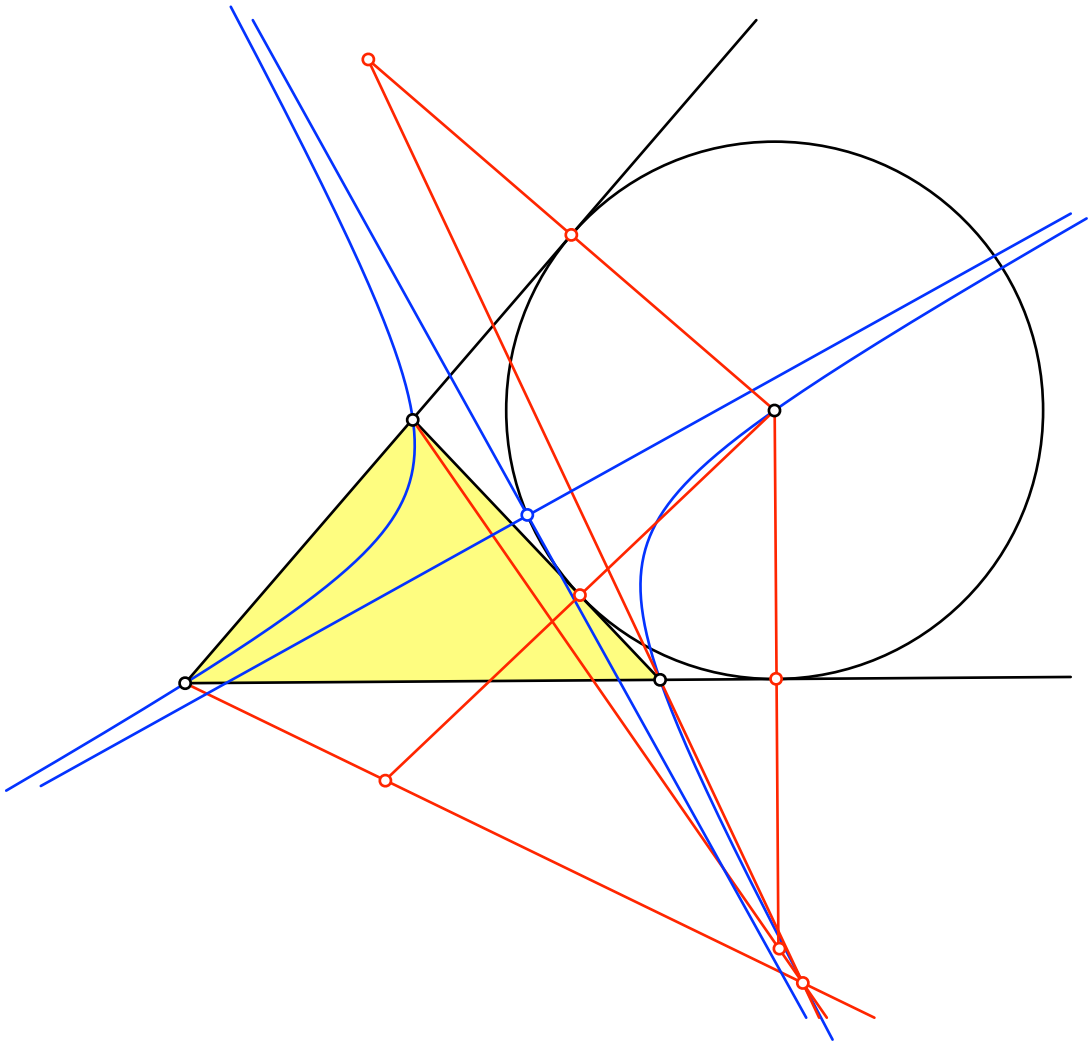

Abb. 3: Gleichseitige Hyperbel

Der Kegelschnitt ist eine gleichseitige Hyperbel, die Asymptoten sind orthogonal. Der Mittelpunkt der Hyperbel liegt auf dem Ankreis. Erhärtung mit DGS.

4 Höhenschnittpunkt

Der Höhenschnittpunkt des Dreieckes liegt ebenfalls auf der Hyperbel (Abb. 4). Die Hyperbel ist also ein Sechspunktekegelschnitt (DGS).

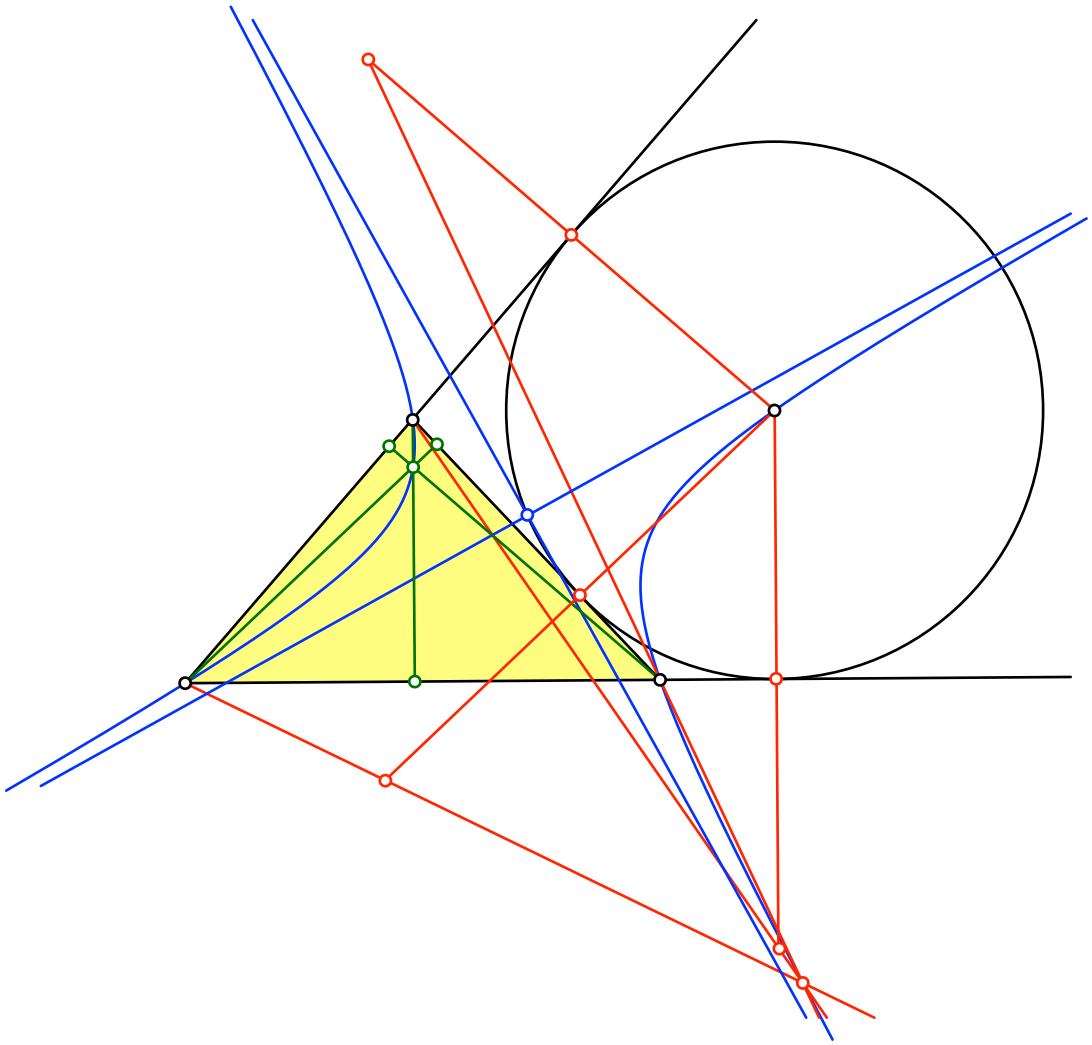

Abb. 4: Höhenschnittpunkt

5 Umkreis

Nun spiegeln wir den Höhenschnittpunkt an den Dreieckseiten (Abb. 5). Die Spiegelpunkte liegen auf dem Umkreis des Dreieckes. Dies kann mit Winkelüberlegungen gezeigt werden. Der Umkreis ist also (vorerst) ein Sechspunktekreis.

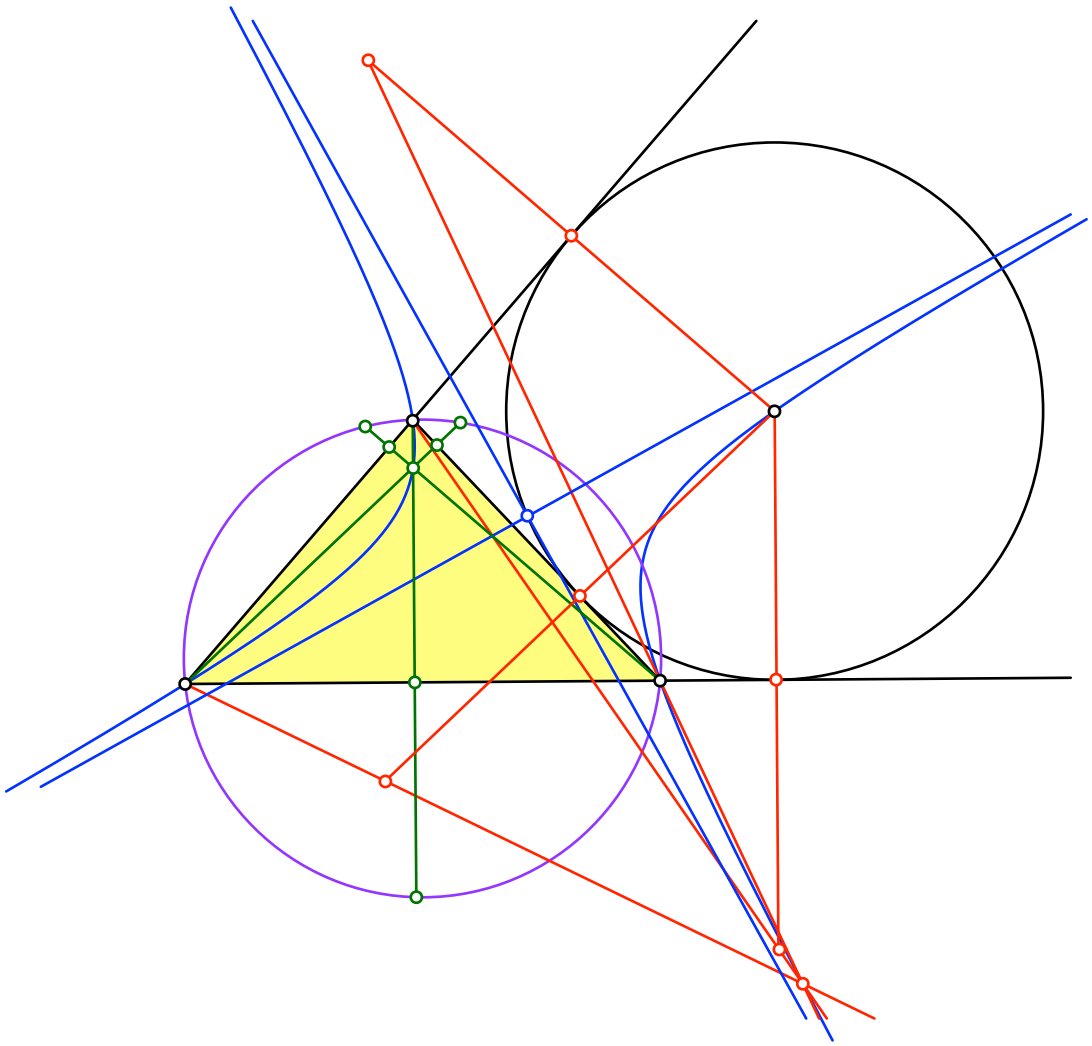

Abb. 5: Umkreis

6 Noch ein Schnittpunkt

Wir legen je eine Gerade durch die an der gleichen Dreiecksseite gespiegelten Inkreismittelpunkt und Höhenschnittpunkt (Abb. 6). Die drei Geraden sind kopunktal. Der Schnittpunkt liegt auf dem Umkreis. Dieser ist nun ein Siebenpunktekreis (DGS).

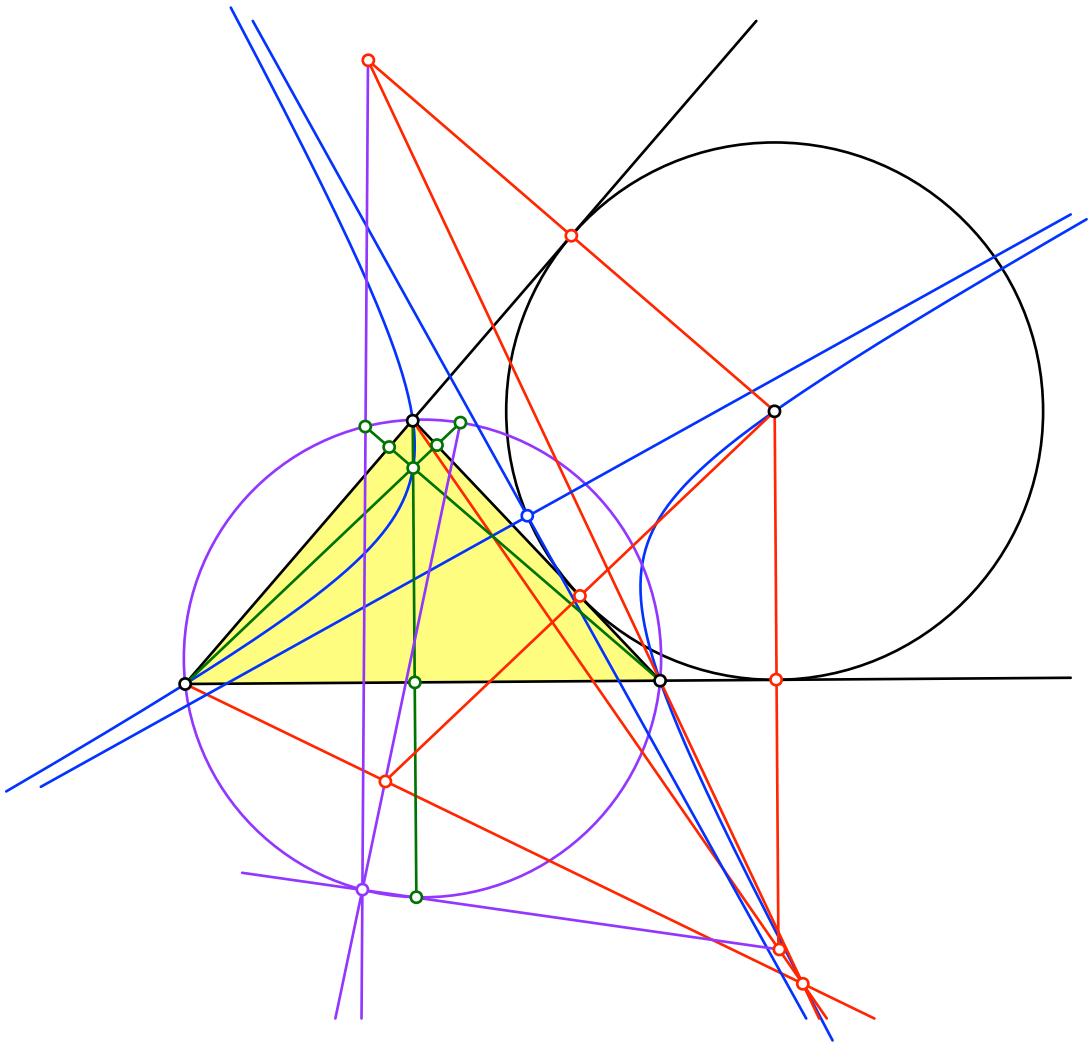

Abb. 6: Noch ein Schnittpunkt

Weblinks

Hans Walser: Inkreis

http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/I/Inkreis3/Inkreis3.html

Hans Walser: Schnittpunkte 101-200

http://www.walser-h-m.ch/hans/Schnittpunkte/Schnittpunkte_101-200.pdf

Literatur

Walser, Hans (2012): 99 Schnittpunkte. Beispiele – Bilder – Beweise. 2. Auflage. EAGLE, Edition am Gutenbergplatz: Leipzig. ISBN 978-3-937219-95-0

Walser, Hans (1991): Ein Schnittpunktsatz. Praxis der Mathematik (33), 1991, 70-71.