

Hans Walser, [20180919]

Achteck

Anregung: Heinz Schumann, Weingarten

1 Worum geht es?

Deckoperationen eines räumlichen Achtecks.

2 Das Achteck

Das Achteck läuft den Kanten eines Würfels entlang (Abb. 1).

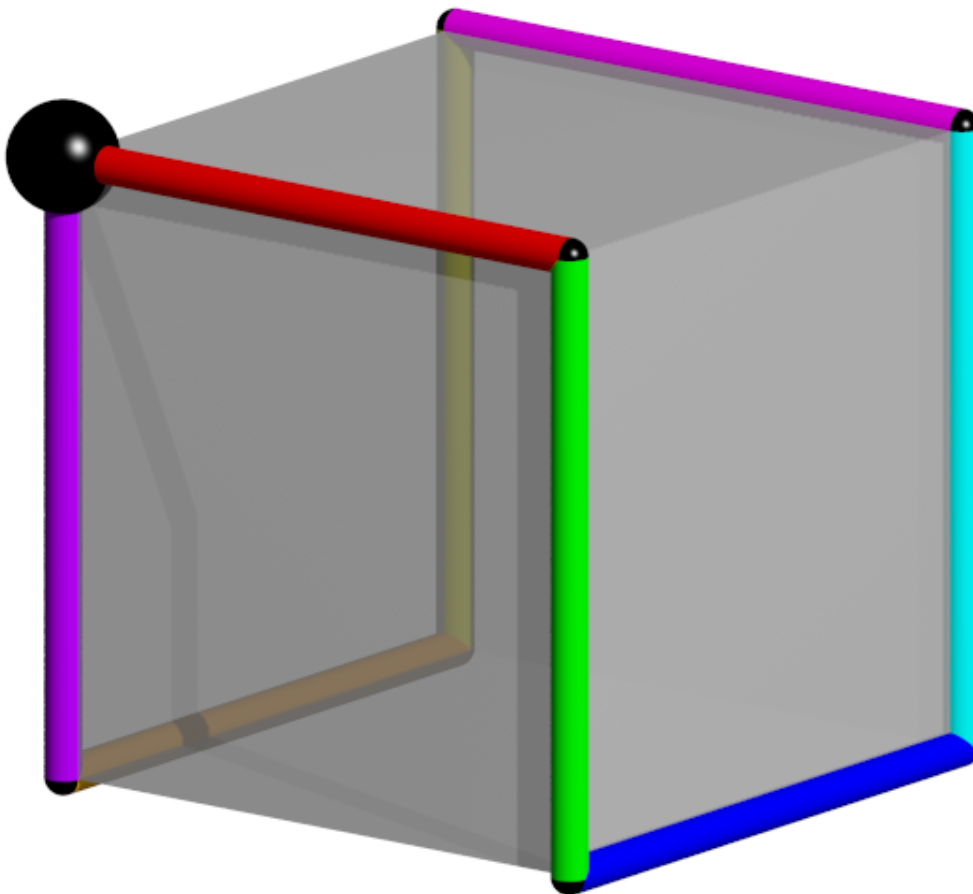


Abb. 1: Das Achteck und der Würfel

Die Abbildung 2 zeigt das Achteck ohne den Würfel.

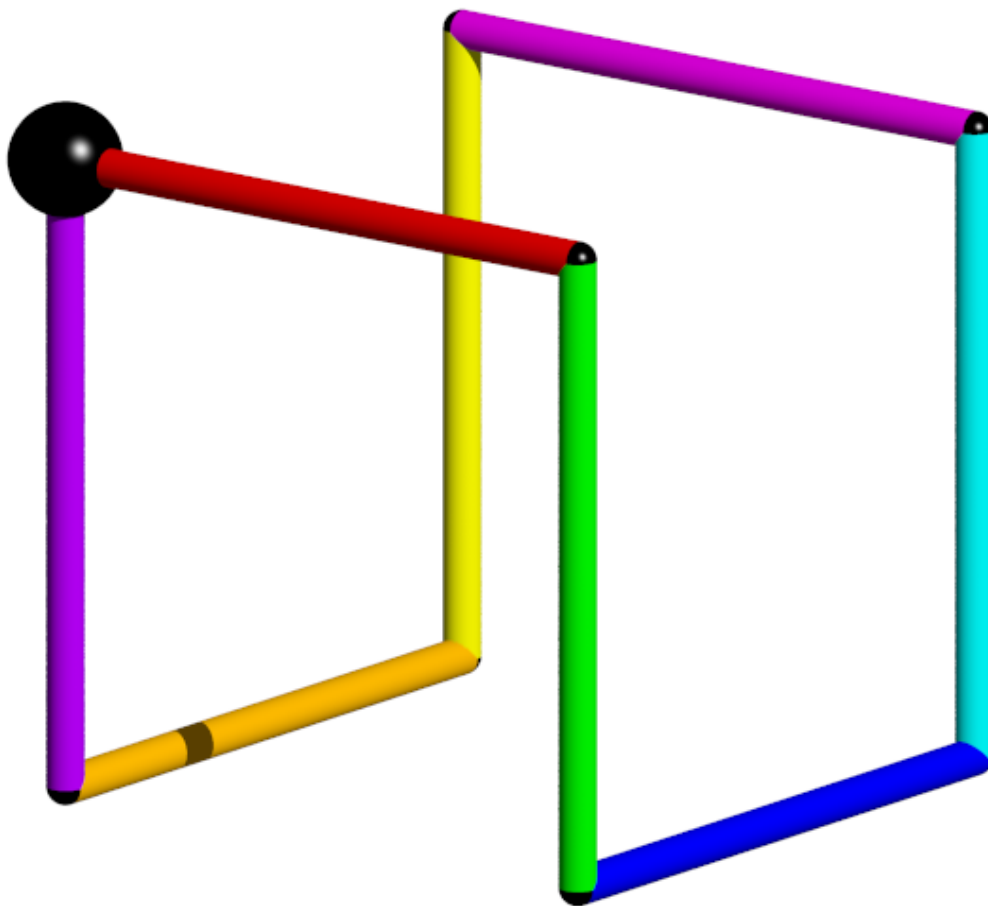


Abb. 2: Achteck, Position 0

Das Achteck hat acht gleich lange Kanten und acht rechte Winkel. Die Kanten rot, blau, magenta und golden haben keine Torsion. Die Kanten zyan und violett haben eine Torsion von $+90^\circ$, die Kanten grün und gelb eine Torsion von -90° . Wegen dieser unterschiedlichen Torsionen kann ich das Achteck nicht als regulär bezeichnen.

3 Deckoperationen

Wir wollen nun zeigen, dass es möglich ist, das Achteck mit sich selber zur Deckung zu bringen, so dass die schwarz markierte Ecke der Reihe nach auf die anderen Ecken zu liegen kommt.

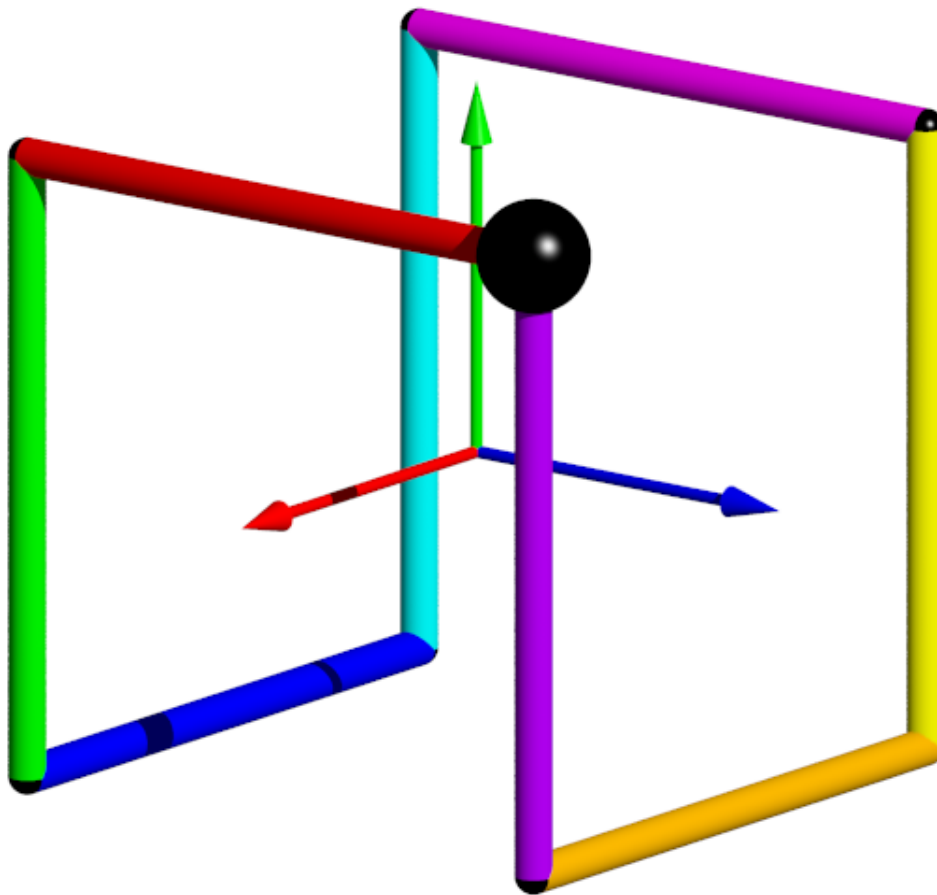


Abb. 3: Position 1

Die Abbildung von der Position 0 zur Position 1 geschieht durch eine Ebenenspiegelung (Mittelnormalebene des markierten Ausgangspunktes und des Bildpunktes). Die Abbildung ist orientierungsumkehrend. Es ist daher nicht möglich, ein materielles Modell in diese Position zu bringen.

Position 1 und Position 0 sind ungleich orientiert.

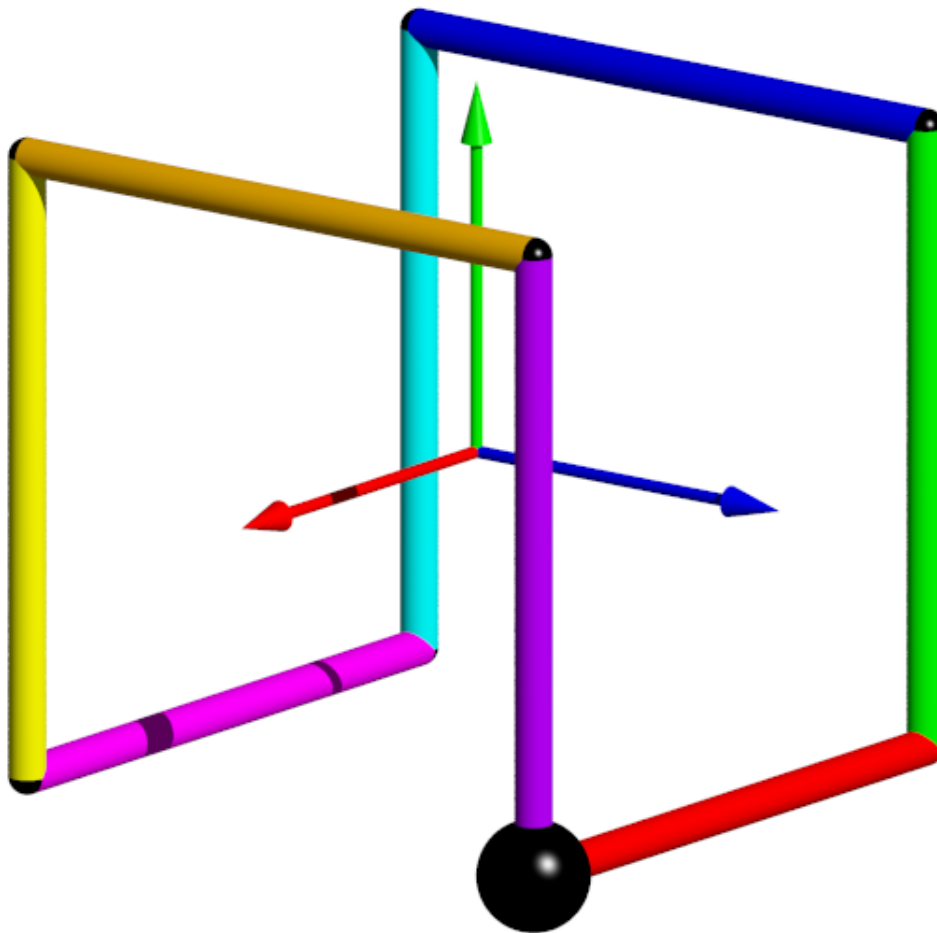


Abb. 4: Position 2

Die Abbildung von der Position 0 zur Position 2 geschieht durch eine Drehung und eine Ebenenspiegelung. Die Abbildung ist orientierungsumkehrend. Es ist daher nicht möglich, ein materielles Modell in diese Position zu bringen.

Position 2 und Position 0 sind ungleich orientiert.

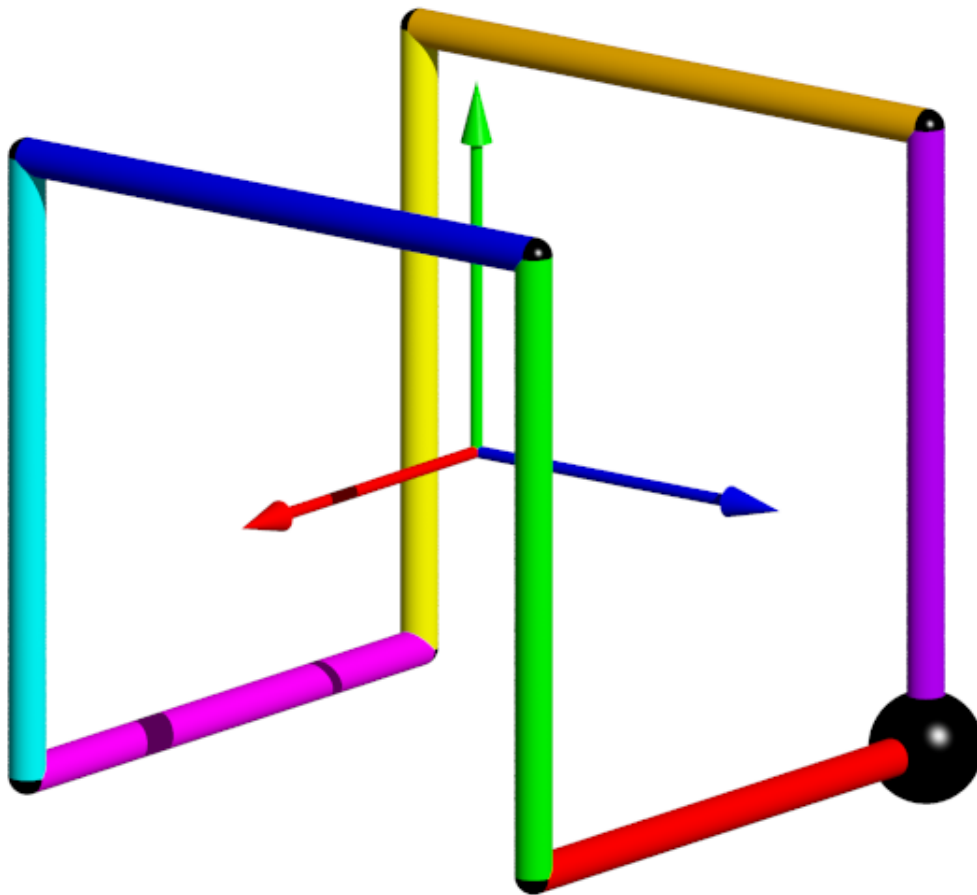


Abb. 5: Position 3

Die Abbildung von der Position 0 zur Position 3 geschieht durch Drehungen.
Position 3 und Position 0 sind gleich orientiert.

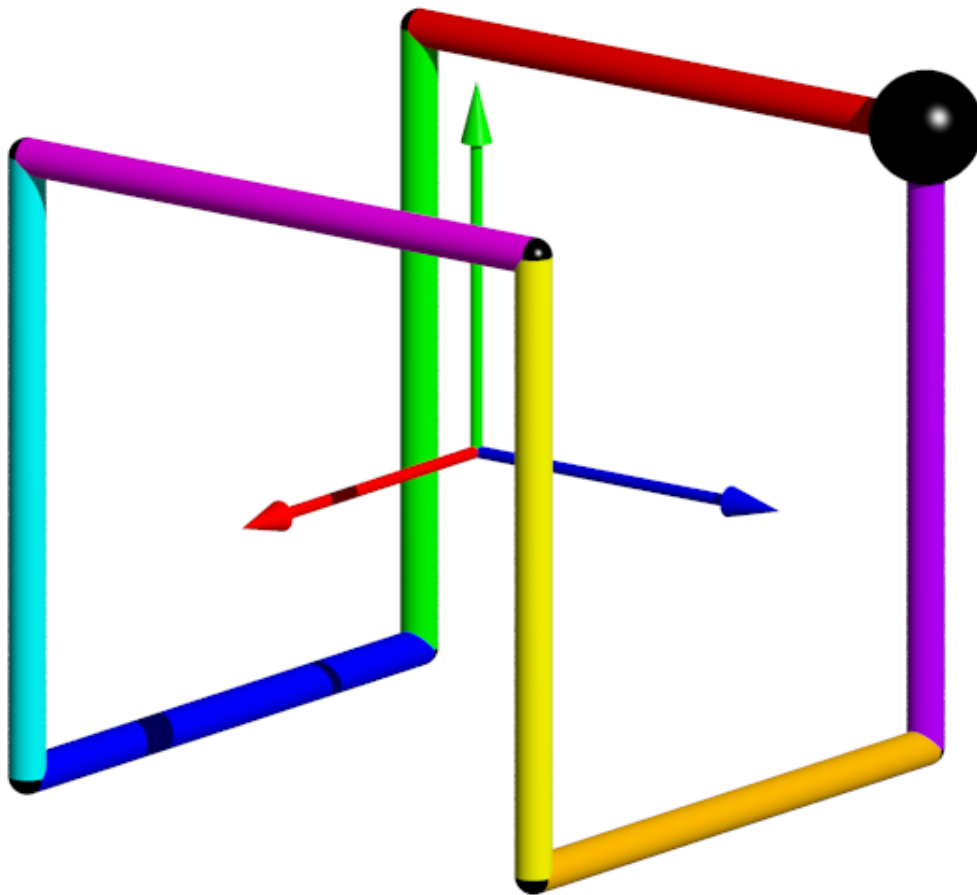


Abb. 6: Position 4

Die Abbildung von der Position 0 zur Position 4 geschieht durch eine Drehung.
Position 4 und Position 0 sind gleich orientiert.

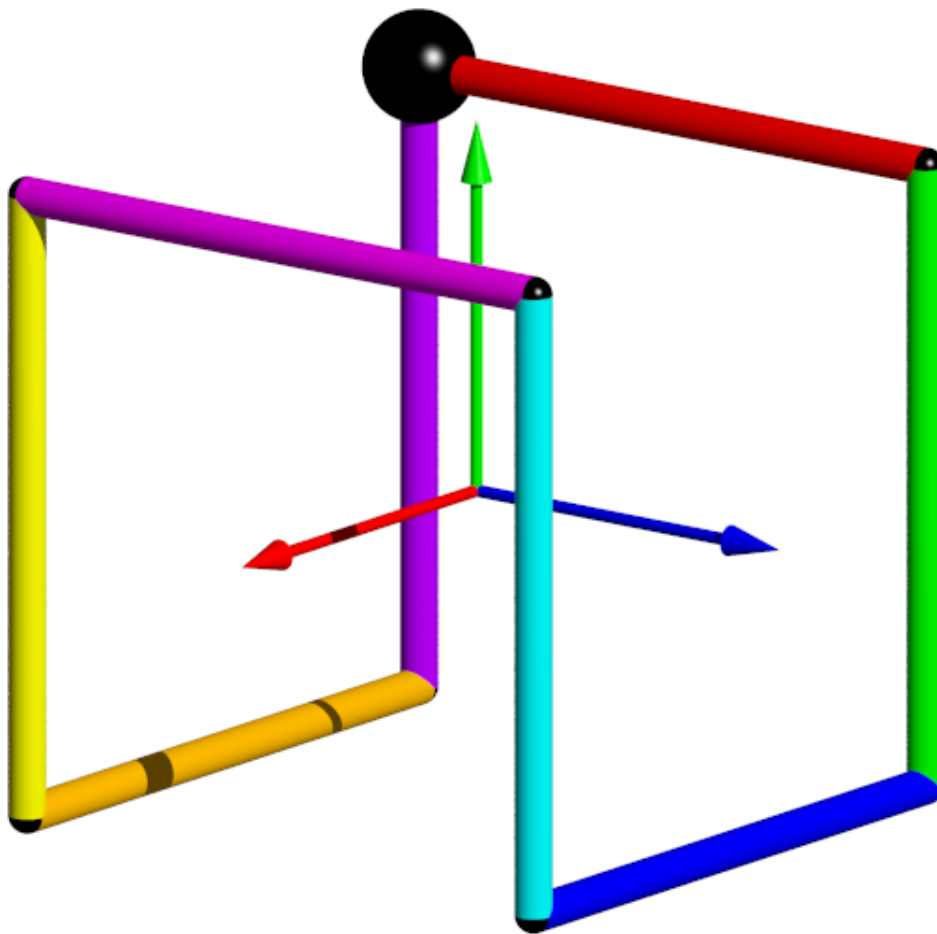


Abb. 7: Position 5

Die Abbildung von der Position 0 zur Position 5 geschieht durch eine Ebenenspiegelung. Die Abbildung ist orientierungsumkehrend. Es ist daher nicht möglich, ein materielles Modell in diese Position zu bringen.

Position 5 und Position 0 sind ungleich orientiert.

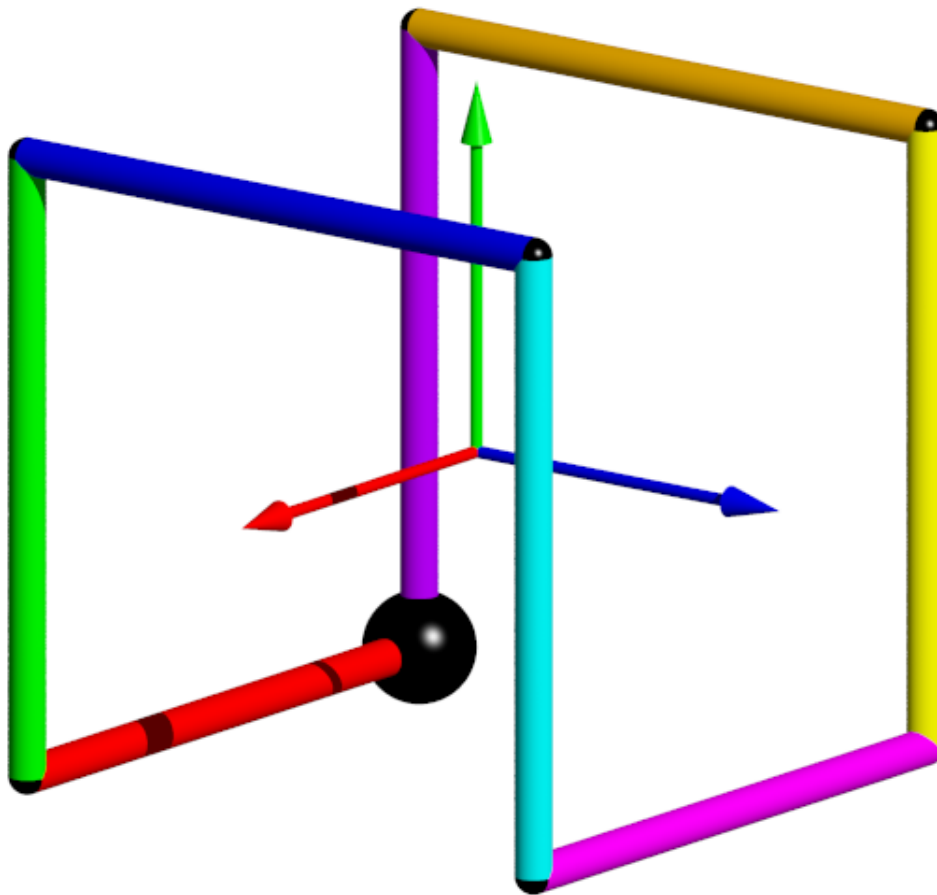


Abb. 8: Position 6

Die Abbildung von der Position 0 zur Position 6 geschieht durch eine Drehung und eine Ebenenspiegelung. Die Abbildung ist orientierungsumkehrend. Es ist daher nicht möglich, ein materielles Modell in diese Position zu bringen.

Position 6 und Position 0 sind ungleich orientiert.

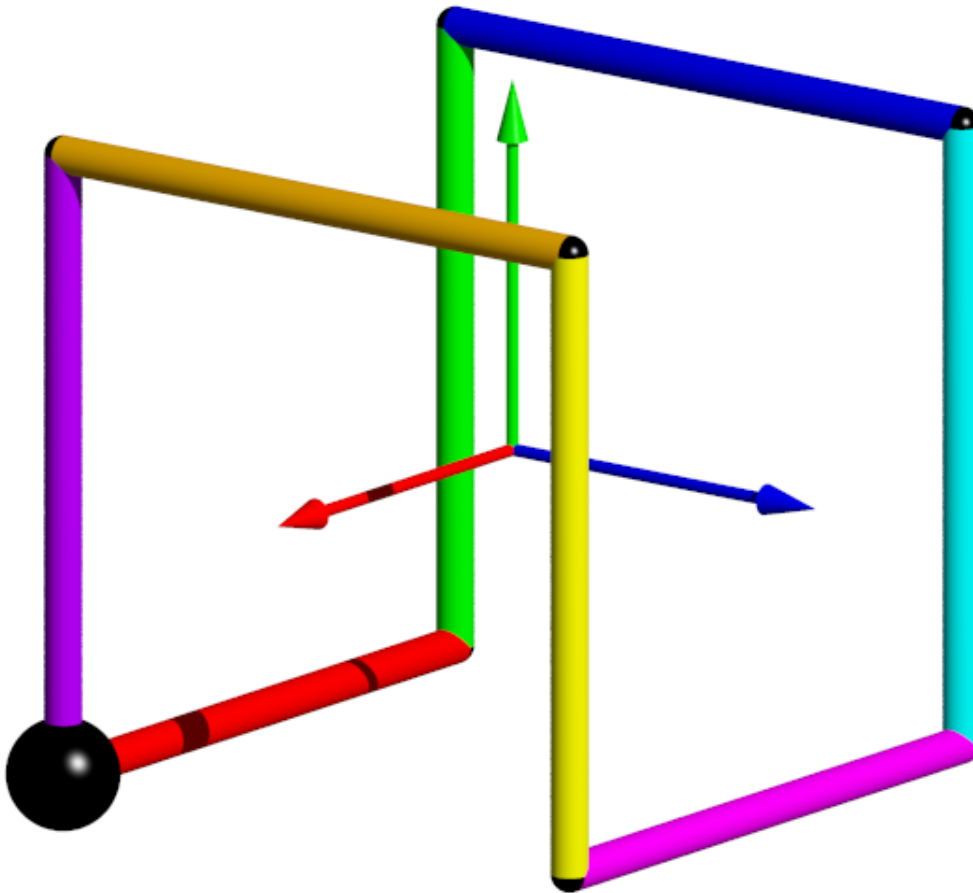


Abb. 9: Position 7

Die Abbildung von der Position 0 zur Position 7 geschieht durch Drehungen.
Position 7 und Position 0 sind gleich orientiert.

Die Tabelle 1 gibt eine Übersicht über die relative Orientierung:

+ heißt gleich orientiert

– heißt ungleich orientiert

Pos	0	1	2	3	4	5	6	7
0	+	–	–	+	+	–	–	+
1	–	+	+	–	–	+	+	–
2	–	+	+	–	–	+	+	–
3	+	–	–	+	+	–	–	+
4	+	–	–	+	+	–	–	+
5	–	+	+	–	–	+	+	–
6	–	+	+	–	–	+	+	–
7	+	–	–	+	+	–	–	+

Tab. 1: Relative Orientierung