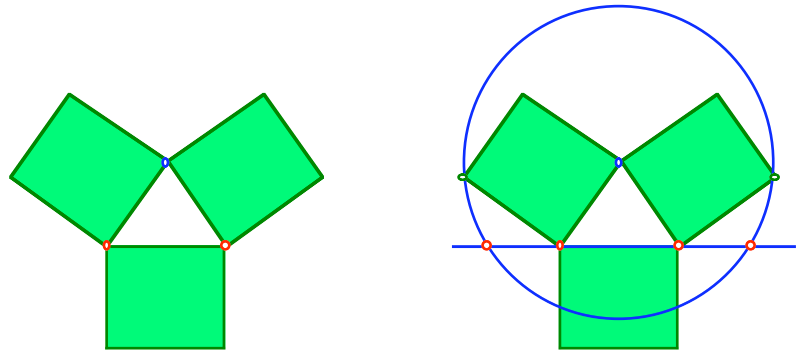
Jo Niemeyer, Hans Walser, [20070611a]

Goldener Schnitt

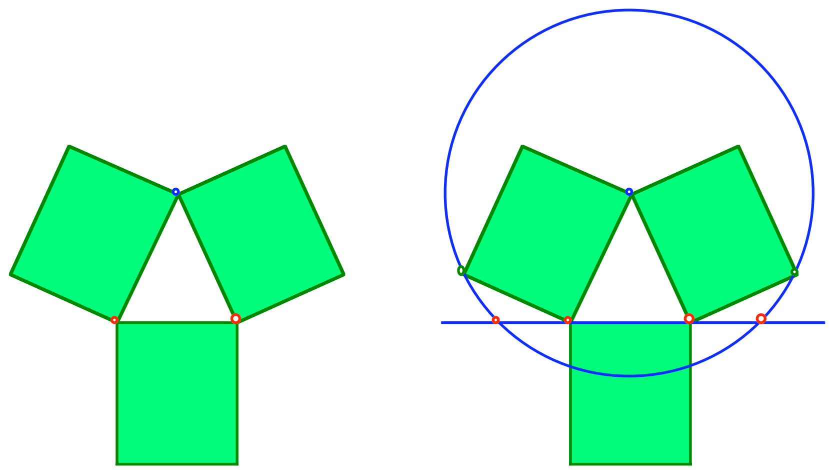
1 Konstruktion mit drei Rechtecken

Wir setzen drei *beliebige* kongruente Rechtecke zu einem Dreieck zusammen gemäß Figur. Mit Hilfe eines Kreises kommen wir zum Goldenen Schnitt.



Drei kongruente Rechtecke

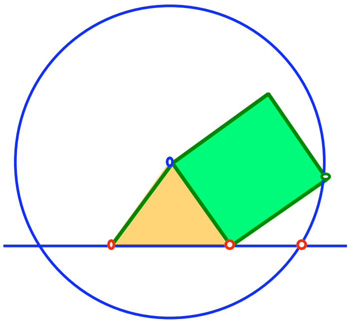
Es geht auch „hochkant“.

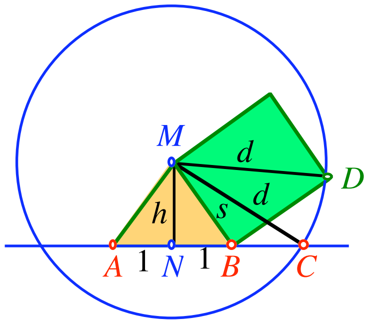


Hochkant

2 Beweis

Wir vereinfachen die Figur: Einem gleichschenkligen Dreieck setzen wir auf einem Schenkel ein Rechtreck auf, dessen andere Seite die Basislänge des Dreieckes hat. Der kreis um die Dreiecksspitze mit der Rechtecksdiagonalen als Radius führt zum Goldenen Schnitt.





Vereinfachte Figur. Beweisfigur

Wir normieren die Basislänge des gleichschenkligen Dreieckes auf 2. Die Höhe h ist variabel. Dann gilt:

$$s = \sqrt{1+h^2}$$
$$d = \sqrt{s^2+2^2} = \sqrt{5+h^2}$$
$$\overline{NC} = \sqrt{d^2-h^2} = \sqrt{5+h^2-h^2} = \sqrt{5}$$

Wir sehen, dass die Höhe h „herausfällt“. Es ist dann:

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \rho$$

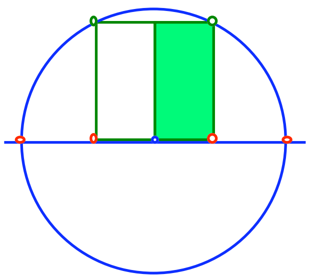
Der Punkt B teilt also die Strecke AC im Verhältnis des Goldenen Schnittes.

3 Sonderfälle

Diese Konstruktion enthält als Sonderfälle einige klassische Konstruktionen.

3.1 Halbes Quadrat

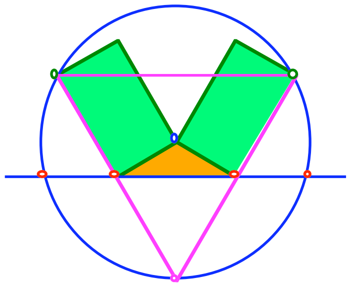
Für $h = 0$ erhalten wir die klassische Konstruktion, welche in einem Quadrat mit einer Seitenmitte arbeitet. Das gleichschenklige Dreieck ist zu einer Strecke mit Mittelpunkt degeneriert.



Halbes Quadrat

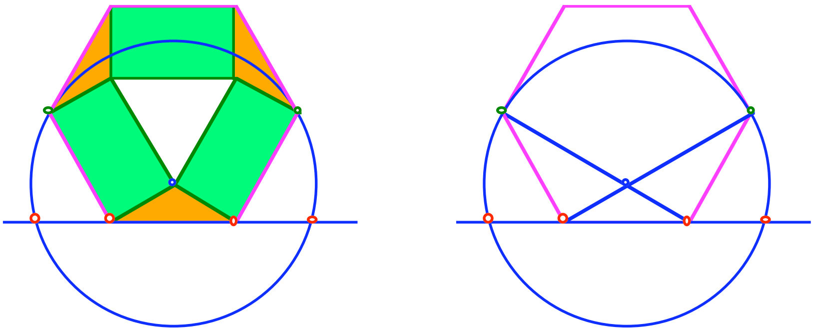
3.2 George Odom

Für $h = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ergibt sich die Konstruktion von George Odom im gleichseitigen Dreieck (kopfstehend).



Figur von George Odom

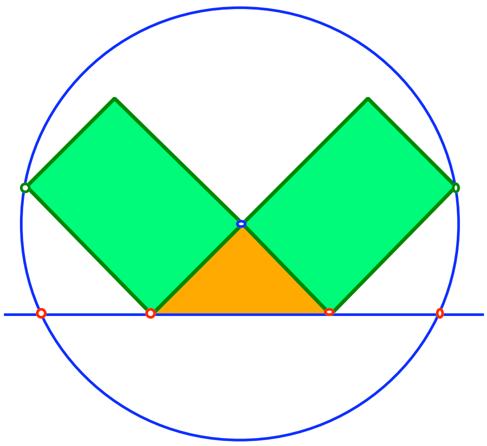
Die Situation lässt sich auch in ein regelmäßiges Sechseck einbetten.



Sechseck. Minimalkonstruktion

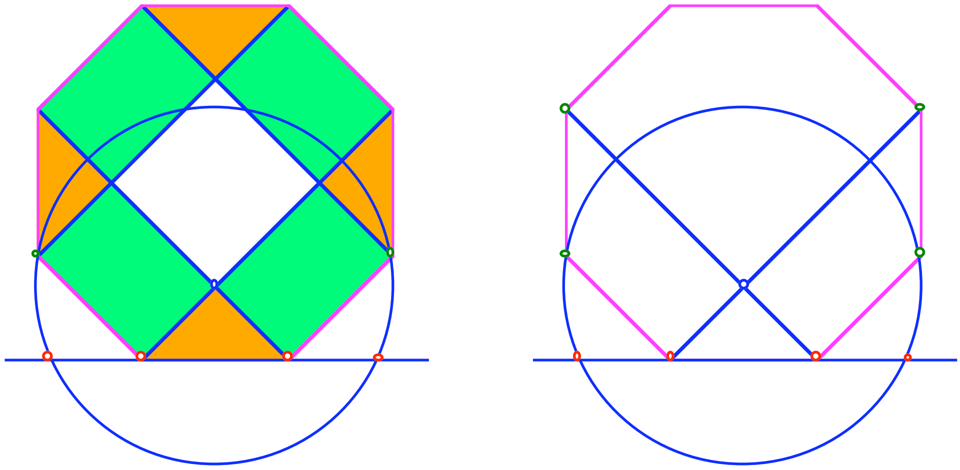
3.3 Halbes Quadrat und Rechteck im DIN-Format

Hier ist $h = 1$.



Halbes Quadrat und DIN-Rechtecke

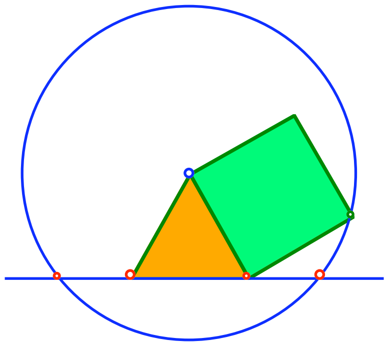
Das passt in ein regelmäßiges Achteck.



Achteck. Minimalkonstruktion

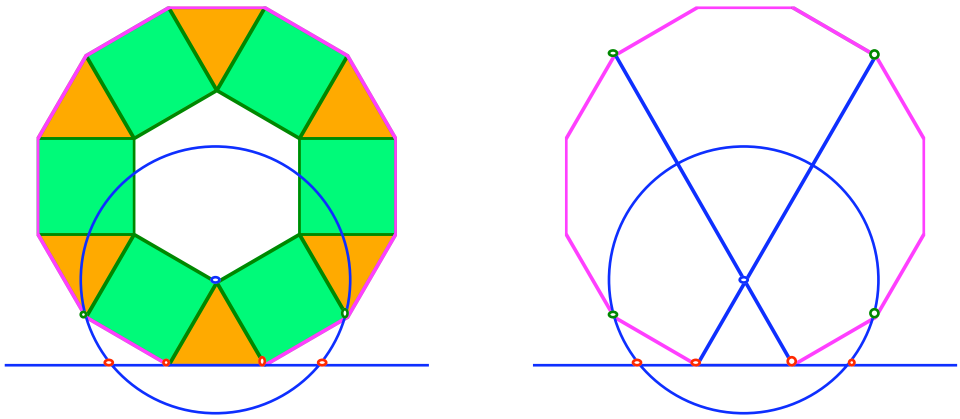
3.4 Gleichseitiges Dreieck und Quadrat

Für $h = \sqrt{3}$ erhalten wir die Figur mit einem gleichseitigen Dreieck und einem Quadrat.



Gleichseitiges Dreieck und Quadrat

Die Figur passt in ein regelmäßiges Zwölfeck.



Zwölfeck. Minimalkonstruktion